



centre adscrit a:



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH

SEMINARIO

DE

INTRODUCCIÓN

A LAS

MATEMÁTICAS

PROFESOR: JOAQUIM VALLS

ALUMNO:

LIBRETA N° 1: Para utilizar en clase

Profesor de la asignatura

Dr. Joaquim Valls (joaquim.valls@gmail.com)

- Es doctor en Ciencias Humanas, Jurídicas y Sociales
- Tesis doctoral: "La Reeducción del Inconsciente mediante el Método Grafotransformador"
- Es el creador de la Programación Neuro-Caligráfica (MÉTODO KIMMON ®) para el desarrollo de la Inteligencia Emocional y co-creador del MÉTODO 3C ® para la enseñanza de la Lecto-escritura y el desarrollo de la Inteligencia Emocional en la Escuela
- Es el creador del MÉTODO 5L ® de instrucción/aprendizaje de asignaturas numéricas.
- Es Economista y Neuropsicólogo
- Es Máster Universitario en Sociedad de la Información y del Conocimiento
- Es Máster en Inteligencia Emocional y Coaching
- Es autor de artículos científicos: *Se puede educar el inconsciente **cognitivo** matemático*, *Se puede educar el inconsciente **emocional** matemático*, *Se puede educar al inconsciente **cognitivo lector***, *Se puede reeducar el inconsciente **ortográfico*** y *Se debe educar conscientemente el inconsciente creativo* (Cuadernos de Pedagogía).
- Es Director de Planificación Académica de Euncet Business School
- Es Presidente del Instituto de Programación Neuro-Caligráfica (INPNEC).
- Es (o ha sido) profesor de Matemáticas I y II, Introducción a la Economía, Análisis del entorno Económico, Estadística I y II, Matemática Financiera en EUNCET Business School (Grado de Marketing Digital y Grado de Administración y Dirección de Empresas)
- Es Responsable del Área de Economía y del Área de Métodos Cuantitativos en EUNCET Business School
- Ha sido Director del Minor de Entrenamiento en Inteligencia Emocional y Coaching con Programación Neuro-Caligráfica en EAE Business School (campus de Madrid y Barcelona).
- Ha sido Co-Director del Master en Desarrollo Directivo, Inteligencia Emocional y Coaching en EAE Business School (campus de Madrid y Barcelona).
- Ha sido Director General del Centro de Estudios Empresariales y Director Académico del Centro de Estudios de Economía
- Colabora o ha colaborado habitualmente en los medios de comunicación (Catalunya Ràdio, TV3, RTVE, RAC 1) y es autor de doce libros de Desarrollo Personal y Profesional, entre los que destacan *Manual Mente: Reinvéntate con el Nuevo Coaching Neurocaligráfico* (Libros Cúpula –Grupo Planeta-, 2019); *Genial Mente: las claves de la Inteligencia, el Talento y la Creatividad* (Obelisco, 2015); y *Buenos días y buena letra* (Editorial Viena, 2010)
- **A lo largo de 45 años (46 cursos) ha impartido más 100.000 horas de clase de asignaturas numéricas a más de 47.000 estudiantes.**

Presentación

¿Cómo se explica?

- 1º) Debes imprimirte **por una cara** y **encuadernarte con espiral la libreta** de ejercicios que hallarás en el Campus Virtual. Se recomienda confeccionarse **4 libretas** (la 2ª, 3ª y 4ª libretas pueden ser a doble cara).
- 2º) En los temas nuevos se parte de **CERO**. No se da ningún conocimiento por sabido.
- 3º) Ahora bien, cuando se inicia una nueva sesión **se aplica el principio de que el alumno ha realizado los “quereres” recomendados** en la sesión anterior: se da por sentado que l@s alumn@s están al día de la materia. No haber asistido a clase no exime de este principio. Oportunamente se atenderán excepciones por asuntos de gravedad.
- 4º) Se atienden **todas las dudas**, pero considerando el punto anterior.
- 5º) Se aplica la **regla un, dos, tres**: ejercicios “1” y “2” bolígrafo; “3” lápiz.
- 6º) **Se emplean colores**. Se recomienda a l@s alumn@s traer siempre un estuche con bolígrafos: **NEGRO** (se recomienda sea el bolígrafo “base”), azul, rojo, y verde; Tippex; lápiz y goma de borrar; regla y rotulador(es) fosforescente(s). Es imprescindible traer **CALCULADORA CIENTÍFICA!!!**
- 7º) **No debe usarse ordenador durante la clase** en ningún caso.
- 8º) **El móvil debe estar guardado en un lugar no visible y en modo avión** durante la clase.

¿Cómo se estudia?

- 1º) Siempre a mano, resolviendo los ejercicios en las diferentes libretas.
- 2º) **Antes de que transcurran 24 horas** de una sesión, deben volverse a hacer los ejercicios resueltos en ésta en la **2ª libreta**.
- 3º) **Entre el viernes y el domingo** de cada semana deben volverse a hacer todos los ejercicios de la semana en la 3ª libreta.
- 4º) **Para la prueba deben resolverse los exámenes tipo de I parte final.**

¿Cuáles son los 4 enemigos del aprendizaje?

- 1º) La costumbre
- 2º) La vergüenza
- 3º) El miedo
- 4º) Y **LA PEREZA**

TEMA 1: RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMER, SEGUNDO Y TERCER GRADO

1.1. Ecuaciones de PRIMER grado

Ejercicio 1

$$X - 5 = 0$$

Ejercicio 2

$$X - 3 = 0$$

Ejercicio 3

$$X - 4 = 0$$

Ejercicio 4

$$X + 1 = 0$$

Ejercicio 5

$$X + 2 = 0$$

Ejercicio 6

$$X + 7 = 0$$

Ejercicio 7

$$-X + 1 = 0$$

Ejercicio 8

$$-X + 8 = 0$$

Ejercicio 9

$$-X + 6 = 0$$

Ejercicio 10

$$-X - 1 = 0$$

Ejercicio 11

$$-X - 8 = 0$$

Ejercicio 12

$$-X - 6 = 0$$

Ejercicio 12+1

$$2X - 4 = 0$$

Ejercicio 14

$$2X - 6 = 0$$

Ejercicio 15

$$2X - 10 = 0$$

Ejercicio 16

$$3X - 9 = 0$$

Ejercicio 17

$$3X + 6 = 0$$

Ejercicio 18

$$-3X + 12 = 0$$

Ejercicio 19

$$4X - 9 = 0$$

Ejercicio 20

$$5X-12 = 0$$

Ejercicio 21

$$-7X +14 = 0$$

Ejercicio 22

$$\frac{x - 4}{2} - 8 = 0$$

Solución

Ejercicio 23

$$\frac{x + 3}{3} - 9 = 0$$

Solución

Ejercicio 24

$$\frac{x + 5}{2} + 10 = 0$$

Solución

Ejercicio 25

$$\frac{3}{x - 1} + 4 = 0$$

Solución

Ejercicio 26

$$\frac{4}{x - 2} + 5 = 0$$

Solución

Ejercicio 27

$$\frac{5}{x + 3} - 2 = 0$$

Solución

Ejercicio 28

$$\frac{1}{4-x} - 1 = 0$$

Solución

Ejercicio 29

$$\frac{2}{3-x} + 2 = 0$$

Solución

Ejercicio 30

$$\frac{3}{5-2x} - 4 = 0$$

Solución

1.2. Ecuaciones de SEGUNDO grado

1.2.1 Soluciones SIMPLES

Ejercicio 31

$$X^2-3x+2 = 0$$

Ejercicio 32

$$X^2-4x+3 = 0$$

Ejercicio 33

$$X^2-5x+6 = 0$$

Ejercicio 34

$$X^2+x-2 = 0$$

Ejercicio 35

$$X^2+7x+12 = 0$$

Ejercicio 36

$$X^2+x+20 = 0$$

1.2.2 Solución DOBLE

Ejercicio 37

$$X^2-2x+1 = 0$$

Ejercicio 38

$$X^2-4x+4 = 0$$

Ejercicio 39

$$X^2+6x+9 = 0$$

1.2.2 Soluciones IMAGINARIAS

Ejercicio 40

$$X^2+4x+5 = 0$$

Ejercicio 41

$$X^2-6x+10 = 0$$

Ejercicio 42

$$X^2+2x+2 = 0$$

1.3. Ecuaciones de TERCER grado

1.3.1 Soluciones SIMPLES

Ejercicio 43

$$X^3-6x^2+11x-6 = 0$$

Ejercicio 44

$$X^3+6x^2+11x+6 = 0$$

Ejercicio 45

$$X^3-4x^2+3x = 0$$

1.3.2 Soluciones SIMPLES Y DOBLES

1.3.2.1 Solución real diferente de 0

Ejercicio 46

$$X^3-x^2-x+1 = 0$$

Solución

Ejercicio 47

$$X^3+x^2-x-1 = 0$$

Solución

Ejercicio 48

$$X^3+5x^2+8x+4 = 0$$

Solución

1.3.2.1 Solución real 0 (simple)

Ejercicio 49

$$X^3-4x^2+4x = 0$$

Solución

Ejercicio 50

$$X^3+2x^2+2x = 0$$

Solución

Ejercicio 51

$$X^3-6x^2+9x = 0$$

Solución

1.3.2.2 Solución real 0 (doble)

Ejercicio 52

$$X^3 - x^2 = 0$$

Solución

Ejercicio 53

$$X^3 - 3x^2 = 0$$

Solución

Ejercicio 54

$$X^3 + 5x^2 = 0$$

Solución

1.3.3 Solución SIMPLE Y soluciones IMAGINARIAS

1.3.3.1 Solución real diferente de 0

Ejercicio 55

Factorizar la siguiente ecuación: $X^3+x^2-2 = 0$

Solución

Ejercicio 56

Factorizar la siguiente ecuación: $X^3+5x^2+9x+5 = 0$

Solución

Ejercicio 57

Factorizar la siguiente ecuación: $X^3+8x^2+21x+18 = 0$

Solución

1.3.3.2 Solución real 0

Ejercicio 58

Factorizar la siguiente ecuación: $X^3 - 2x^2 + 2x = 0$

Solución

Ejercicio 59

Factorizar la siguiente ecuación: $X^3 - 4x^2 + 5x = 0$

Solución

Ejercicio 60

Factorizar la siguiente ecuación: $X^3 + 6x^2 + 9x = 0$

Solución

TEMA 2: RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES

2.1 Sistemas de 2 ecuaciones y 2 incógnitas

Ejercicio 61

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}2x + 3y &= 8 \\4x - 5y &= -6\end{aligned}$$

a) Por sustitución

b) Por igualación

c) Por reducción

d) Por Cramer

Ejercicio 62

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}3x - 2y &= 4 \\5x - 3y &= 4\end{aligned}$$

Solución

Ejercicio 63

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}7x - 3y &= 5 \\8x - 5y &= 1\end{aligned}$$

Solución

2.2 Sistemas de 3 ecuaciones y 3 incógnitas

Ejercicio 64

$$\begin{array}{r} x + y + z = 3 \\ x \quad - z = 0 \\ 2x + y + z = 4 \end{array} \left| \right.$$

Solución

Calculadora

Por Cramer

Ejercicio 65

$$\begin{array}{l} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + z = 3 \\ 5x + y + 3z = 5 \end{array} \Bigg|$$

Solución

Calculadora

Por Cramer

Ejercicio 66

$$\begin{array}{l} x - y + z = 0 \\ x + 2y - z = 3 \\ 2x + y + z = 3 \end{array} \Bigg|$$

Solución

Calculadora

Por Cramer

TEMA 3: RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE INECUACIONES

Ejercicio 67

$$2x + 3y \leq 600$$

$$2x + y \leq 960$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

- a) Graficar la REGIÓN DE FACTIBILIDAD
- b) Hallar las posibles SOLUCIONES ÓPTIMAS

Solución

Ejercicio 68

$$3x + 2y \leq 1200$$

$$x + 2y \leq 2000$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

- a) Graficar la región de factibilidad
- b) Hallar las posibles soluciones óptimas

Solución

Ejercicio 69

$$2x + 3y \leq 600$$

$$x + y \leq 500$$

$$2x + y \leq 400$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

- a) Graficar la región de factibilidad
- b) Hallar las posibles soluciones óptimas

Solución

Ejercicio 70

$$\begin{aligned} -2x + 3y &\leq 6 \\ 7x - 2y &\leq 14 \\ 2x + y &\leq 5 \\ x \geq 0, y &\geq 0 \end{aligned}$$

- a) Graficar la región de factibilidad
- b) Hallar las posibles soluciones óptimas

Solución

TEMA 4: GRÁFICO DE FUNCIONES FUNDAMENTALES

4.1 Parábolas

Ejercicio 71

$$y = x^2$$

Solución

Ejercicio 72

$$y = -x^2$$

Solución

Ejercicio 73

$$y = x^2 - 1$$

Solución

Puntos de corte eje x

Vértice

Gráfico

Ejercicio 74

$$y = x^2 - 4$$

Solución

Puntos de corte eje x

Vértice

Gráfico

Ejercicio 75

$$y = -x^2 + 9$$

Solución

Puntos de corte eje x

Vértice

Gráfico

Ejercicio 76

$$y = x^2 - 4x + 3$$

Solución

Puntos de corte eje x

Vértice

Gráfico

Ejercicio 77

$$y = -x^2 + 6x - 5$$

Solución

Puntos de corte eje x

Vértice

Gráfico

4.2 Circunferencia

4.2.1 Centro (0,0)

Ecuación genérica: $x^2+y^2=R^2$

Ejercicio 78

$$x^2+y^2=1$$

Solución

Ejercicio 79

$$x^2+y^2=4$$

Solución

Ejercicio 80

$$x^2+y^2=9$$

Solución

4.2.2 Centro (a,b) diferente de (0,=0)

Ecuación genérica: $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

Ejercicio 81

$$(x-1)^2+(y-2)^2=1$$

Solución

Ejercicio 82

$$(x+1)^2+(y-1)^2=4$$

Solución

4.2 Hipérbola

Ejercicio 83

$$x \cdot y = 1$$

Solución

Ejercicio 84

$$x \cdot y = -1$$

Solución

TEMA 5: CÁLCULO DE DERIVADAS

Recuerda

$y = cte. = n^0$ $y' = 0$	$y = x$ $y' = 1$	$y = x^n$ $y' = n \cdot x^{n-1}$
------------------------------	---------------------	-------------------------------------

Ejercicio 85

Calcular la derivada de $y = x^3$

Solución

Ejercicio 86

Calcular la derivada de $y = x^4$

Solución

Ejercicio 87

Calcular la derivada de $y = x^2$

Solución

Recuerda

$$y = u \pm v \Rightarrow y' = u' \pm v'$$

Ejercicio 88

Calcular la derivada de $y = x^5 + 6$

Solución

Ejercicio 89

Calcular la derivada de $y = x^6 - x$

Solución

Ejercicio 90

Calcular la derivada de

$$y = x^4 - x^2 + x - 4$$

Solución**Recuerda**

$$y = c \cdot u$$

$$y' = c \cdot u'$$

Ejercicio 91

Calcular la derivada de

$$y = 5x$$

Solución**Ejercicio 92**

Calcular la derivada de

$$y = x^2 - 8x + 9$$

Solución**Recuerda**

$$y = u \cdot v \Rightarrow y' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

Ejercicio 93

Calcular la derivada de

$$y = (x^2 + 5) \cdot (x^3 - 3)$$

Solución**Ejercicio 94**

Calcular la derivada de

$$y = (x^3 - 5x) \cdot (x^4 + 3x - 2)$$

Solución

Recuerda

$$y = \frac{u}{v} \Rightarrow y' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

Ejercicio 95

Calcular la derivada de

$$y = \frac{x^2 + 3x + 5}{x}$$

Solución

Ejercicio 96

Calcular la derivada de

$$y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$$

Solución

Ejercicio 97

Calcular la derivada de

$$y = \frac{x^3 - 3x^2 + x}{x + 4}$$

Solución

NOTA UY IMPORTANTE

Al derivar un cociente el grado del denominador sólo debe aumentar una unidad, excepto si el denominador es del tipo e^x , en cuyo caso, no aumentará de grado.

Ejercicio 98

Calcular la derivada de $y = \frac{x+1}{x^2}$

Solución

Ejercicio 99

Calcular la derivada de $y = \frac{x^2 + 4}{x^3}$

Solución

Ejercicio 100

Calcular la derivada de $y = \frac{x^2 + 5x + 7}{x^4}$

Solución

Ejercicio 101

Calcular la derivada de $y = \frac{3x-2}{x^5}$

Solución**Ejercicio 102**

Calcular la derivada de $y = \frac{x}{e^x}$

Solución

(Leer nota página anterior)

Ejercicio 103

Calcular la derivada de $y = \frac{x-3}{e^x}$

Solución**Ejercicio 104**

Calcular la derivada de $y = \frac{x^2}{e^x}$

Solución

Derivadas de funciones COMPUESTAS. Regla de la cadena

Ejercicio 105

Calcular la derivada de $y = (x^2 + x + 2)^3$

Ejercicio 106

Calcular la derivada de $y = (x^3 + 5)^2$

Ejercicio 107

Calcular la derivada de $y = (x^2 - 3x + 8)^4$

Ejercicio 108

Calcular la derivada de $y = \sqrt{x^2 - 5}$

Ejercicio 109

Calcular la derivada de $y = \sqrt{x^3 + 4x^2 - 5x}$

Solución

Ejercicio 110

Calcular la derivada de $y = \sqrt{x^2 - 5x + 2}$

Solución**Ejercicio 111**

Calcular la derivada de $y = e^{x^2+5x-3}$

Solución**Ejercicio 112**

Calcular la derivada de $y = e^{\sqrt{x}}$

Solución**Ejercicio 113**

Calcular la derivada de $y = e^{\frac{1}{x}}$

Solución

TEMA 6: CÁLCULO DE INTEGRALES INDEFINIDAS ELEMENTALES

6.1 Integral indefinida

6.1.0 El problema de las constantes en la integración indefinida

Sea $y = f(x)$

Su derivada es: $y' = f'(x)$

En este caso **$f(x)$ es la PRIMITIVA** de $f'(x)$.

Integrar es, por lo tanto, **calcular la primitiva**.

Es decir: dada $f'(x)$ –la derivada- pretendemos encontrar $f(x)$ –la primitiva-, o si se quiere la que fue “primero”.

A la primitiva la simbolizaremos por **$F(x)$**

Mientras que, en este tema, la derivada la escribiremos como $f(x)$.

O sea: **$F'(x) = f(x)$**

¿Que es pues integrar? Integrar es preguntarse de dónde procede $f(x)$, es decir, es averiguar qué función $F(x)$ se ha derivado para obtener $f(x)$.

$$\int f(x) \cdot dx = F(x)$$

Se plantea un problema: imaginemos las tres funciones siguientes:

$$F(x) = x^2$$

$$F(x) = x^2 + 4$$

$$F(x) = x^2 - 3$$

$$F'(x) = 2x$$

$$\int 2x \cdot dx = \begin{cases} x^2 \\ x^2 + 4 \\ x^2 - 3 \end{cases}$$

6.2 Integrales elementales

Recuerda

$$\int 1 dx = x + c \qquad \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

Ejercicio 114

$$\int x^2 dx =$$

Ejercicio 115

$$\int x^3 dx =$$

Ejercicio 116

$$\int (x^4 + 1) dx =$$

Ejercicio 117

$$\int (x^5 + 6) dx =$$

8

Ejercicio 115

$$\int (x^6 + x - 3) dx =$$

Ejercicio 119

$$\int (2x^3)dx =$$

Ejercicio 120

$$\int (x^2 - 3x + 8)dx =$$

Ejercicio 121

$$\int (4x^3 - 3x + 1)dx =$$

Ejercicio 122

$$\int [3x^2 - 2x + 5] dx =$$

Ejercicio 123

$$\int [5x^4 + 4x^3 + 3x^2] dx$$

TEMA 7: INTEGRACIÓN DEFINIDA

7.0 Introducción

En el tema 1 hemos estudiado la integral INDEFINIDA (cálculo de primitivas):

$$\int f(x) \cdot dx = F(x) + C$$

Por su parte la integral DEFINIDA se representa por:

$$\int_a^b f(x) \cdot dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

7.1 Cálculo de integrales DEFINIDAS. Regla de Barrow

Ejercicio 124

$$\int_0^1 x^2 \cdot dx =$$

Ejercicio 125

$$\int_0^2 x^3 \cdot dx =$$

Ejercicio 126

$$\int_1^3 x^4 \cdot dx =$$

Ejercicio 127

$$\int_0^2 (x^2 + 1) \cdot dx =$$

Ejercicio 128

$$\int_{-1}^1 (x^3 + 5x^2 + 2x) \cdot dx =$$