



Centro adscrito a:

**UNIVERSITAT POLITÈCNICA  
DE CATALUNYA  
BARCELONATECH**

# Seminari de **Matemàtiques Bàsiques**

---

**GRAU EN ADMINISTRACIÓ I DIRECCIÓ D'EMPRESES**

**GRAU EN MÀRQUETING I COMUNICACIÓ DIGITAL**

**Curs 2019/2020**



# *Índex*

<b>Índex</b>	<b>3</b>
<b>1 Càlcul algebraic</b>	<b>5</b>
1.1 Operacions amb fraccions.....	5
1.2 Propietats de les potències. Fórmules importants .....	5
1.3 Potències, arrels i logaritmes .....	7
1.4 Polinomis	8
<b>2 Equacions i inequacions</b>	<b>11</b>
<b>3 Funcions</b>	<b>15</b>
3.1 Imatges i dominis.....	15
3.2 Representació gràfica de funcions elementals .....	16
3.3 Càlcul de derivades .....	17
3.4 Introducció al càlcul d'integrals .....	18
<b>4 Consolidació general</b>	<b>19</b>
<b>5 Problemes curiosos</b>	<b>23</b>
<b>6 Resultats dels problemes</b>	<b>25</b>
6.1 Càlcul algebraic .....	25
6.2 Equacions i inequacions .....	29
6.3 Funcions .....	30
6.4 Consolidació general .....	35
6.5 Problemes curiosos.....	37



## 1

*Càlcul algebraic**1.1 Operacions amb fraccions*

1. Efectueu les operacions que s'indiquen amb les fraccions següents:

$$(a) \frac{4}{7} \cdot \frac{5}{3} - \frac{17}{21} + \frac{5}{-3} =$$

$$(b) -\frac{4}{7} + \frac{2}{7} \cdot \frac{7}{2} - \frac{3}{2} + \frac{5}{7} =$$

$$(c) -\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} - \frac{11}{20} \cdot \frac{2}{3} - \frac{4}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{4} - 2 + \frac{11}{24} =$$

$$(d) -\frac{2}{3} + \frac{5}{3} \cdot \frac{4}{7} + \frac{5}{21} - \frac{15}{21} =$$

$$(e) \frac{11}{4} \cdot \frac{5}{3} - \frac{7}{3} + \frac{3}{4} =$$

*1.2 Propietats de les potències. Fórmules importants*

2. Escriviu en forma d'una única potència

$$(a) 4^3 4^5 4^2$$

$$(b) 5^4 5$$

- (c)  $x^2x^3x^6$
- (d)  $\frac{4^5}{4^2}$
- (e)  $\frac{x^7}{x^3}$
- (f)  $(3^2)^4$
- (g)  $(x^2)^7$
- (h)  $(3x)^2$
- (i)  $(5x^2)^4$

3. Escriviu en forma de potència d'exponent positiu

- (a)  $3^{-4}$
- (b)  $5^{-3}$
- (c)  $10^{-6}$

4. Escriviu com a potència de  $x$ :

- (a)  $x^4 \cdot x^{-5}$ .
- (b)  $\frac{x^5}{x}$ .
- (c)  $x^{-6} \cdot x^{-2}$ .
- (d)  $\frac{1}{x} \cdot x^{-1}$ .

### *Productes notables. Extracció de factor comú*

5. Desenvolpeu els productes i potències següents:

- (a)  $(x+y)(x-y)$ .
- (b)  $(a+b)^2 \cdot (a-b)^2$ .
- (c)  $(2x-2y)^2$ .
- (d)  $(x+3y)^2$ .
- (e)  $(2x-4)(2x+4)$ .
- (f)  $(\frac{1}{2}x+2)^2$ .
- (g)  $(a-b)^3$ .
- (h)  $[(x+y)^2+z]^2$ .

6. Descomponeu en el major nombre de factors possible cada una de les següents expressions:

- (a)  $3x^3y^3 - 3x^2y^2 + 12xy$ .
- (b)  $c^2(y+z)^2 - d^2(y+z)^2$ .

(c)  $ax^2 + bx^2 - a - b.$

(d)  $ab^2 - b^2c - ad + cd.$

(e)  $a^2 - b^2 + ac - bc.$

7. Simplifiqueu les fraccions següents:

(a)  $\frac{a}{a^2 + ab}.$

(b)  $\frac{mn - rs}{amn - ars}.$

(c)  $\frac{3y + 1}{9y^2 - 1}.$

(d)  $\frac{a - 2}{a^2 - 4a + 4}.$

8. Efectueu les operacions següents, simplificant al màxim el resultat:

(a)  $\frac{1}{x} + \frac{x - 1}{x^2} - \frac{3}{2x}.$

(b)  $\frac{1}{a - 1} - \frac{1}{a^2 - a}.$

(c)  $\frac{1}{n - 1} + \frac{1}{n + 1}.$

(d)  $\frac{1}{a} - \frac{1}{1}.$

(e)  $\frac{a^2 - b^2}{a + 1} - \frac{a + b}{(a^2 + 1)^2}.$

(f)  $\frac{2ab \cdot 10bc}{12c^2 \cdot a^3}.$

(g)  $\frac{b^2 + 2bc + c^2}{b + 1}.$

(h)  $\frac{a^2 - b^2 - 1}{4a} \cdot \frac{b + c}{a^2 + ab} \cdot \frac{1}{a - b}.$

### 1.3 Potències, arrels i logaritmes

9. Escriviu en forma de potència les arrels següents

(a)  $\sqrt[4]{23},$  (b)  $\sqrt[3]{4^2},$  (c)  $\sqrt[3]{3^4},$  (d)  $\sqrt[4]{5^7}.$

10. Verifiqueu si són certes les igualtats següents i corregiu-les si són falses:

$$\sqrt[4]{49} = \pm 7, \quad \sqrt[4]{16} = \pm 2, \quad \sqrt[3]{-27} = 3, \quad \sqrt[3]{125} = \pm 5, \quad \sqrt{-25} = -5, \quad \sqrt[5]{-2^5} = -2.$$

11. Desenvolueu i reduïu les expressions següents:

- (a)  $(5\sqrt[3]{3-7} - 6\sqrt[3]{8-\sqrt{3}})(2\sqrt[3]{8-\sqrt{3}} - \sqrt[3]{72-5\sqrt{20}\sqrt[3]{2}})$ .  
 (b)  $(2\sqrt[3]{8+3\sqrt{5}} - \sqrt[3]{7} - 2)(\sqrt[3]{72-5\sqrt{20}\sqrt[3]{2}} - \sqrt[3]{2})$ .  
 (c)  $(3\sqrt[3]{2-3\sqrt{3}} + 6\sqrt[3]{5})(2\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{3} + 4\sqrt[3]{5})$ .  
 (d)  $(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{5})(2\sqrt[3]{3} + 3\sqrt[3]{5}) - (3\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{5})(\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[3]{5})$ .  
 (e)  $(\sqrt[3]{2} + 2)^2(1 - \sqrt[3]{2})^2$ .

12. Calculeu les potències següents:

- (a)  $(4\sqrt[3]{5})^2$ .  
 (b)  $(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3})^2$ .  
 (c)  $\frac{2}{3} - \frac{3}{2} = \frac{\Sigma_2}{6}$ .

13. Calculeu els logaritmes següents:

- (a)  $\log 1000$   
 (b)  $\log_2 16$   
 (c)  $\log_3 \sqrt[5]{81}$   
 (d)  $\log_{1/2} 32$   
 (e)  $\log 0,0001$

14. Trobeu el valor de  $x$  a les igualtats següents:

- (a)  $\log_x \frac{1}{8} = -3/2$ .  
 (b)  $\log_{25} \frac{1}{5} = x$ .  
 (c)  $\log_x 25 = -4$ .  
 (d)  $\log_x 125 = 3/2$ .

## 1.4 Polinomis

15. Si  $p(x) = 4x^3 - 2x^2 + x - 5$ ,  $q(x) = x^3 + 4x^2 - 3x + 2$  i  $r(x) = -3x^3 + x^2 + \frac{1}{2}x - 3$ , calculeu

$$p(x) + q(x) - 2r(x) \quad \text{i} \quad p(x) \cdot q(x).$$

16. Efectueu els productes de polinomis següents, reduint i ordenant el resultat:

- (a)  $(4x^3 - 7x + 2x^2)(3x - 5x^2 + 7)$ .



- (b)  $(\frac{3}{4}x^3 - 2x + \frac{1}{2}) (\frac{5}{3}x^3 - 4x + x^2)$ .  
 (c)  $(9x^5 - 3x^4 + 4x^3)(2x^2 - 5)$ .  
 (d)  $(4x^2 + 2xy + y^2)(2x + y)(2x - y)$ .  
 (e)  $(x - \frac{3}{4})(5x^2 - 1)(4x + 3)$ .

17. Obteniu el quocient i el residu de les divisions indicades a continuació (comproveu el resultat):

- (a)  $x^2 - 3x - 18 : (x - 6)$   
 (b)  $3a^3 + 10a^2 - 5a + 12 : (a + 4)$   
 (c)  $4x^4 + 6x^3 - 3x + 9 : x^2 + 4x - 3$   
 (d)  $(x^5 - 1) : (x - 1)$ .  
 (e)  $(x^7 + 2x^6 - 2x^4 + 2x^2 - 1) : (x + 1)$ .  
 (f)  $(x^4 - 6x^2 - 5x + 2) : (x - 3)$ .  
 (g)  $(x^3 + 4x^2 - x + 10) : (x + 5)$ .

18. Descomponen en factors els polinomis de segon grau següents:

- (a)  $x^2 - 13x + 36$ .  
 (b)  $2x^2 - 5x - 7$ .  
 (c)  $9 - 4x^2$ .

19. Trobeu les arrels dels polinomis següents i factoritzeu-los:

- (a)  $x^4 - 8x^3 + 11x^2 + 32x - 60$ .  
 (b)  $x^3 + x^2 - 32x - 60$ .  
 (c)  $x^3 + 8x^2 + 21x + 18$ .  
 (d)  $x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 4x + 3$ .  
 (e)  $x^4 - 20x^2 + 64$ .

20. Simplifiqueu les fraccions algebraiques següents

- (a)  $\frac{x^2}{x^3 + x^2}$   
 (b)  $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$   
 (c)  $\frac{x^2 + x}{x^2 + 2x + 1}$   
 (d)  $\frac{x^2 - 6x + 8}{2x^2 - 12x + 16}$

$$(e) \frac{x^3 - 2x^2 + 4x - 3}{3x^3 - 5x + 2}$$

$$(f) \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4x + 4}$$

$$(g) \frac{3x^3 + 7x^2 - 2x - 8}{2x^3 + 5x^2 - x - 6}$$

**21. Calculeu**

$$(a) \frac{3}{x-1} + \frac{x}{x+1} + \frac{4}{x^2-1}$$

$$(b) \frac{x+1}{x-3} - \frac{4}{x+3} + \frac{5x-9}{x^2-9}$$

$$(c) \frac{1}{1-x} + \frac{x}{1+x} + \frac{1+x^2}{1-x^2}$$

$$(d) \frac{3}{x+2} - \frac{x^2}{x^2+x-2} + \frac{x^2+1}{x-1}$$

# 2

## *Equacions i inequacions*

1. Resoleu les equacions següents:

- (a)  $17x - 114 = 198 - 7x$ .
- (b)  $100t - 1 = 2t + 391$ .
- (c)  $9x - 3(5x - 6) = -30$ .
- (d)  $5(5 - 2x) - 7(2x - 5) = 12$ .
- (e)  $\frac{3y}{4} - \frac{4y}{5} + 8 = y - 55$ .
- (f)  $\frac{x-2}{3} - \frac{x-4}{5} = \frac{x-6}{7}$ .
- (g)  $\frac{5(2x-1)}{2} = 4x + \frac{15}{2}$ .
- (h)  $\frac{2x-6}{3x-8} = \frac{2x-5}{3x-7}$ .

2. Resoleu les equacions irracionals següents:

- (a)  $\sqrt{2x-4} = 4$ .
- (b)  $\sqrt{20+2x} = 4$ .
- (c)  $\sqrt{x+4} = 1 + \sqrt{x-1}$ .
- (d)  $\sqrt{x+19} = 12 - \sqrt{x-5}$ .
- (e)  $\frac{8x+1}{x-2} = 5$ .

3. Resoleu les equacions de segon grau següents:

- (a)  $x^2 - 8x + 12 = 0$ .
- (b)  $x^2 - 18x + 77 = 0$ .
- (c)  $x^2 - 17 = 130 - 2x^2$ .
- (d)  $x^2 + 2x + 1 = 0$ .
- (e)  $5x^2 + 20x = 0$ .
- (f)  $x^2 + x + 1 = 0$ .
- (g)  $\frac{x-5}{2} = \frac{2}{x-2}$ .
- (h)  $(x+2)^2 = 24 - 4x$ .
- (i)  $(x+6)(x-6) - 8 = 1 - 4x$ .
- (j)  $\frac{x-4}{5} = \frac{7}{x-9} \cdot \frac{1}{3}$ .

4. Trobeu les solucions de les equacions següents:

- (a)  $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$ .
- (b)  $(4x-7)(x^2-5x+4)(2x^2-7x+3) = 0$ .
- (c)  $(3x^2+2x+4)^2 - x^2(x+8)^2 = 0$ .
- (d)  $(x^3+3x^2-1)^2 - (x^3-2x+1)^2 = 0$ .
- (e)  $\frac{x^2-32}{4} + \frac{28}{x^2-9} = 0$ .

5. Resoleu les equacions següents i comproveu els resultats:

- (a)  $x + 2\sqrt{x-1} - 4 = 0$ .
- (b)  $\sqrt{x+20} - \sqrt{x-1} = 3$ .

6. Resoleu les equacions logarítmiques següents:

- (a)  $\log 2 + \log(x-3) = \log \sqrt{2x}$ .
- (b)  $1 + 2\log x = \log 4 + \log 5x$ .
- (c)  $2\log x - \log(x-16) = 2$ .
- (d)  $\log(x+1) - \log x = 1$ .

7. La raó àuria és un nombre positiu que, entre d'altres propietats, presenta la peculiaritat que en restar-li la unitat s'obté el seu invers. Trobeu-lo.

8. La suma de dos nombres és 5 i el seu producte  $-\frac{119}{4}$ . Calculeu-los.

9. Dos ases caminen junts cap a La Mola portant a sobre diversos sacs de queviures. Un d'ells renega per la càrrega tan pesada que porta. L'altre li diu: "No et queixis tant; si jo portés un dels teus sacs, aleshores portaria el doble de sacs que tu, i si et donés a tu un dels meus, aleshores tots dos portaríem la mateixa quantitat de sacs". Quants sacs porta cadascun dels ases?

10. Resoleu els sistemes següents:

$$(a) \quad \begin{array}{l} x + y = 37 \\ -x + 4y = 23 \end{array} \quad \Sigma$$

$$(b) \quad \begin{array}{l} 2x + 3y = 7 \\ 4x - 5y = 3 \end{array} \quad \Sigma$$

$$(c) \quad \begin{array}{l} x = 18y \\ 5x - 71y = 19 \end{array} \quad \Sigma$$

$$(d) \quad \begin{array}{l} x - 3y = 1 \\ 2x + 4y = 6 \end{array} \quad \Sigma$$

$$(e) \quad \begin{array}{l} 2(x-3) - (y-4) = 2(4x-2y) - 8 \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{3} = -1 \end{array} \quad \square$$

11. Determineu tots els valors de  $x$  que compleixen les desigualtats següents :

$$(a) \quad 3x - 2 < x.$$

$$(b) \quad 7x - 9 > 4x.$$

$$(c) \quad \frac{2}{3}(4x-6) + \frac{1}{2}(3x+2) \leq \frac{3}{4}(2x-7).$$

$$(d) \quad \frac{3}{4} < \frac{2}{3} - \frac{5}{6}x \leq \frac{9}{4}.$$

$$(e) \quad x^2 > 2x + 3.$$

$$(f) \quad 4 + 19x - 5x^2 \geq 0.$$

$$(g) \quad (x-1)(1-3x) < 0.$$

$$(h) \quad x^3 - 4x^2 - 5x \leq 0.$$

$$(i) \quad x - 2 > \frac{1}{x+2}.$$

$$(j) \quad \frac{x-3}{2x-2} \leq 1.$$

$$(k) \quad \frac{3x-2}{5-3x} \geq 1.$$



# 3

## Funcions

### 3.1 Imatges i dominis

1. Calculeu la imatge dels números que s'indiquen en cadascuna de les funcions següents

- (a)  $f(x) = x^2$ ,  $x = 2$ ,  $x = -3$ .
- (b)  $f(x) = 2 - x + 5x^2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .
- (c)  $f(x) = \frac{3+x^2}{4-x}$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$ .
- (d)  $f(t) = \sqrt[6]{-2t}$ ,  $t = 5$ ,  $t = -5$ .
- (e)  $f(x) = \sqrt[3]{4+x}$ ,  $x = 0$ ,  $x = 4$ .
- (f)  $f(x) = \sqrt[3]{3-5x}$ ,  $x = \frac{3}{5}$ ,  $x = 6$ .
- (g)  $f(x) = \ln(x+1)$ ,  $x = 0$ ,  $x = -1$ .
- (h)  $f(t) = \frac{t+2t}{t^3+1}$ ,  $t = 1$ ,  $t = 0$ .
- (i)  $f(u) = \frac{u^2-1}{u^2+1}$ ,  $u = 2$ ,  $u = -2$ .
- (j)  $f(x) = \sin(x^2)$ ,  $x = 0$ ,  $x = \pi$ .

2. Trobeu el domini de les funcions que segueixen

- (a)  $f(x) = 2x + 1$
- (b)  $f(x) = 4x^3 - 2x + 3$

$$(c) f(x) = \frac{2+x}{x-3}$$

$$(d) f(x) = \frac{x+6}{x^2-4}$$

$$(e) f(x) = \sqrt{\frac{1}{2+x}}$$

$$(f) f(x) = \sqrt{\frac{1}{x^2-9}}$$

$$(g) f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{4x+1}}$$

$$(h) f(x) = \frac{\sqrt{2x+3}}{x-5}$$

$$(i) f(x) = \ln(3x+5)$$

$$(j) f(x) = \frac{x+2}{x-1}$$

$$(k) f(x) = e^{2x+1}$$

### 3.2 Representació gràfica de funcions elementals

3. Representeu aproximadament les gràfiques de les funcions següents:

$$(a) f(x) = 2x - 4$$

$$(b) f(x) = 3 - x$$

$$(c) f(x) = 3x + 9$$

$$(d) f(x) = -2x + 8$$

4. Representeu aproximadament les gràfiques de les funcions següents:

$$(a) f(x) = x^2 + x - 6$$

$$(b) f(x) = -x^2 + 3x + 10$$

5. Representeu aproximadament la gràfica de la funció polinòmica  $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$ .

6. Feu el mateix per a  $f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$ .



### 3.3 Càlcul de derivades

7. Calculeu la derivada de les funcions següents:

- |  |   |  |
|--|---|--|
| (1) $f(x) = 3$                             | (2) $f(x) = 4x + 2$                     | (3) $f(x) = x^2 - 5x + 3$                |
| (4) $f(x) = 4x^2 - 7x$                     | (5) $f(x) = 3e^x + 2x + 4$              | (6) $f(x) = \ln x - 3x + 12$             |
| (7) $f(x) = \ln 24$                        | (8) $f(x) = \sqrt{x + 3x^2}$            | (9) $f(x) = \sqrt[3]{x}$                 |
| (10) $f(x) = x^2 - \ln x + \sqrt{x} + 25$  | (11) $f(x) = (2x + 1)^3$                | (12) $f(x) = \sqrt{4x^2 - 3x + 2}^{100}$ |
| (13) $f(x) = \sqrt{(3x + 6)^4}$            | (14) $f(x) = (1 - 4x^2)^7$              | (15) $f(x) = \sqrt{4x^2 - 7x + 2}$       |
| (16) $f(x) = \sqrt[3]{2x^4 + 5x - 6}$      | (17) $f(x) = \ln(2x + 6)$               | (18) $f(x) = 3 \ln(4 - x)$               |
| (19) $f(x) = \ln \sqrt{4x^3 + 6x^2 - 2}$   | (20) $f(x) = 2x^3 - \ln \sqrt[3]{4x^2}$ | (21) $f(x) = e^{2x+5}$                   |
| (22) $f(x) = 4e^{x^2-3x+1}$                | (23) $f(x) = 6e^{1-x^2}$                | (24) $f(x) = e^{4x+2} - \ln(3x^2 + 1)$   |
| (25) $f(x) = (2x + 3)^8(4x^2 - 7x)$        | (26) $f(x) = \frac{1}{x}$               | (27) $f(x) = \frac{1}{x^2+3}$            |
| (28) $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}}{x^2+3}$    | (29) $f(x) = \frac{x+1}{x \ln x}$       | (30) $f(x) = x^3 e^{2x}$                 |
| (31) $f(t) = \ln \frac{\sqrt{t}}{e^t + t}$ | (32) $f(x) = \ln \frac{1}{1 + \ln x}$   | (33) $f(x) = \ln \frac{1}{x^2 - x + 1}$  |

8. Comproveu que la funció  $y = \ln \frac{1}{1+x}$  satisfà la relació  $xy^j + 1 = e^y$ .

9. Calculeu la derivada de les funcions següents i determineu en cada cas  $f'(0)$ , si és possible

- (a)  $f(x) = \sqrt[3]{3x+4}$   
 (b)  $f(x) = \sqrt{x^2+16} + \ln(1+x)$   
 (c)  $f(x) = \ln x$

10. Calculeu les derivades primera i segona de cadascuna de les funcions següents:

- |                             |                                      |                                    |
|-----------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|
| (1) $y = (ax^2 - bx + c)^4$ | (2) $y = x^3 e^{1-4x}$               | (3) $y = \frac{8}{x^2 - 5}$        |
| (4) $y = \frac{x}{(x-1)^5}$ | (5) $y = (a-2x)^5$                   | (6) $y = e^{x^2+3x-2}$             |
| (7) $y = x^n e^x$           | (8) $y = \frac{e^{4x} - e^{-4x}}{x}$ | (9) $y = \frac{3 \ln 2}{e^5 + 44}$ |

11. Calculeu la setena derivada de  $f(x) = x^7 + 5x - 1$ .

12. Calculeu la vuitantena derivada de  $f(x) = 5x^{80} + 2x + 121$ .

### 3.4 Introducció al càlcul d'integrals

13. Trobeu una funció (anomenada *funció primitiva*) que quan la deriveu doni el que s'indica en cada cas:

(a)  $y' = 3x^7$

(b)  $y' = e^{-3x}$

(c)  $y' = \frac{3}{x} - x^2$

(d)  $y' = \frac{4}{x+3}$

14. Calculeu les integrals següents:

(1)  $\int \sqrt{x} dx$

(2)  $\int \frac{dx}{x^2}$

(3)  $\int e^{2x} dx$

(4)  $\int (x+1)^{15} dx$

(5)  $\int \sqrt{1-x^2} dx$

(6)  $\int \frac{16x}{x^2+9} dx$

(7)  $\int e^{-5x} dx$

(8)  $\int \frac{dx}{e^{12x+1}}$

(9)  $\int \frac{e^t}{t^2} dt$

# 4

## Consolidació general

1. Aplica les propietats de les potències per desenvolupar i/o simplificar les expressions següents:

- (a)  $(4x)^2$
- (b)  $(2x^2)^5$
- (c)  $(x^3)^4$
- (d)  $\frac{10x^4}{2x^2}$
- (e)  $(3x + \frac{1}{x})^2$
- (f)  $(x^4 - \frac{2}{x})^2$

2. Donats els polinomis  $p(x) = 3x^3 - 5x^2 + 6x + 4$ ,  $q(x) = x^3 + 4x^2 - 7x - 3$  i  $r(x) = x + 2$ , fes les operacions següents:

- (a)  $3p(x) + 2q(x)$
- (b)  $4p(x) - 5q(x)$
- (c)  $p(x) \cdot r(x)$
- (d)  $p(x) : r(x)$

3. Amb els mateixos polinomis de l'exercici anterior calcula:

- (a)  $p(1)$  i  $p(3)$
- (b) El residu de la divisió de  $p(x)$  entre  $x - 2$ .

(c) El quocient de la divisió de  $q(x)$  entre  $r(x)$ .

4. Determina el valor de  $m$  sabent que la divisió següent és exacta:

$$(x^4 - x^2 + m) : (x + 2).$$

5. Troba les arrels reals dels polinomis següents i descompon-los en factors:

(a)  $x^3 + 4x^2 + x - 6$

(b)  $x^4 - 5x^2 + 4$

(c)  $x^4 - 6x^3 + 9x^2$

(d)  $x^6 - 2x^4 + 2x^2 - 1$

(e)  $x^4 - 10x^2 - 9x$

6. Resol les equacions següents (la incògnita és  $x$ ):

(a)  $50 - 2x = 3(x - 40)$

(b)  $ax + c = bx$

(c)  $qx + 2x - a = 3x + 2c$

(d)  $\frac{5x}{11} - x = 3(x - 9)$

7. La meva germana és dues vegades més gran que el meu germà i la meitat de gran que jo. D'aquí a 22 anys jo tindrè el doble d'anys que el meu germà. Quant anys té la meva germana?

8. Resol les equacions següents:

(a)  $\sqrt{\frac{2x-4}{x}} = 4$

(b)  $\frac{8x+1}{x-2} = 5$

(c)  $\sqrt{x+4} = 1 + \sqrt{x-1}$

9. Resol les equacions següents

(a)  $5x^2 + 20x = 0$

(b)  $x^2 - 16 = 0$

(c)  $\frac{x-5}{2} = \frac{2}{x-2}$

10. Resol els sistemes següents:

(a) 
$$\begin{cases} x + y = 37 \\ -x + 4y = 23 \end{cases} \Sigma$$

- (b)  $2x + 3y = 7$   $\Sigma$   
 $4x - 5y = 3$   $\Sigma$
- (c)  $x = 18y$   $\Sigma$   
 $5x - 71y = 19$   $\Sigma$
- (d)  $x - 3y = 1$   $\Sigma$   
 $2x + 4y = 6$   $\Sigma$
- (e)  $\frac{\mu - 2}{\sigma} = 3$   $\Sigma$   
 $\frac{\mu - 4}{\sigma} = 2$   $\Sigma$
- (f)  $2x - 3y = 4$   $\Sigma$   
 $4x - 6y = 6$   $\Sigma$

11. Resol les equacions següents:

- (a)  $1024 = 2^x$   
 (b)  $2000 = 7000(1.12)^x$   
 (c)  $13 \cdot 2^x = 7 \cdot 2^x + 234$   
 (d)  $4^x + 3 \cdot 2^x - 10 = 0$ .

12. Calculeu la derivada de cadascuna de les funcions següents. Calculeu també  $f'(0)$  per a cada una d'elles (si es pot, clar).

- (a)  $f(x) = 2x + 1$   
 (b)  $f(x) = 4x^3 - 2x + 3$   
 (c)  $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$   
 (d)  $f(x) = \frac{x+6}{\sqrt{x^2-4}}$   
 (e)  $f(x) = \sqrt{2+x}$   
 (f)  $f(x) = \sqrt{x^2-9}$   
 (g)  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{4x+1}{2x+3}}$   
 (h)  $f(x) = \frac{1}{x-5}$   
 (i)  $f(x) = \ln(3x+5)$

13. Calcula la derivada de les funcions que segueixen:

- (a)  $f(x) = (4x^2 + 3x)^3$

$$(b) f(x) = (2 - 6x^2)^4$$

$$(c) f(x) = \sqrt{1+2x+3x^2}$$

$$(d) f(x) = \ln(2x-3)$$

$$(e) f(x) = \frac{2}{x^3}$$

$$(f) f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+4}$$

$$(g) f(x) = 2x^3 e^{4x-2}$$

$$(h) f(x) = (x+2)^2(3x-5)^3$$

$$(i) f(x) = \frac{x}{(x+2)^2}$$

$$(j) f(x) = x \sqrt{1-x^2}$$

$$(k) f(x) = \frac{x+1}{x}$$

$$(l) f(x) = \frac{1}{x^3+2x}$$

# 5

## *Problemes curiosos*

1. A un calaix hi ha 10 parells de mitjons blancs i 10 parells de mitjons negres. Suposem que ens hem de vestir a les fosques. Quants mitjons hem d'agafar del calaix per assegurar-nos que tindrem dos del mateix color?
2. Dos antics amics es retroben al cap de molt temps i s'expliquen les seves vides. Un li diu a l'altre: com que sé que t'agrada resoldre enigmes, et diré que tinc tres filles però per saber les seves edats hauràs de rumiar una mica. El producte de les seves edats és 36 i la seva suma és precisament el número d'aquell edifici que veus allà. L'altre mira el nombre de l'edifici i al cap d'una estona contesta: amb la informació que m'has donat no puc saber l'edat de les teves filles, em falten dades. Aleshores el primer li diu: la meva filla gran toca el piano. Ah!, diu el segon, ara ja sé quines són les seves edats.

Sabries trobar-les tu? (De passada, digues quin era el número de l'edifici que veien els dos amics.)

3. Sabries continuar la sèrie següent?

$U, D, T, Q, C, \dots$

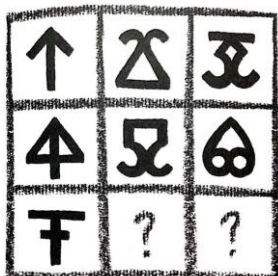
4. I aquesta?

$2, 10, 12, 17, 18, 19, \dots$

5. Quina lletra falta per acabar la sèrie següent?

$Q, L, F, P, A, L, S, \underline{\quad ? \quad}$

6. Quins símbols falten a la taula següent?



7. Es poden construir vuit triangles equilàters amb sis llumins? I exactament quatre?

8. Sumant, restant, multiplicant i/o dividint aconseguix 24 fent servir exactament tres 5 i un 1.

9. Aquest problema pot ésser resolt per un nen de pre-escolar en poc temps. Tanmateix, persones de gran formació necessiten molta estona per resoldre'l. Prova-ho.

1234	→ 0	4567	→ 1
7111	→ 0	2172	→ 0
2348	→ 2	1111	→ 0
7662	→ 2	9999	→ 4
3333	→ 0	6853	→ 3
1492	→ 1	1965	→ 2
0000	→ 4	2222	→ 0
1935	→ 1	7621	→ 1
9818	→ 5	5603	→ 2
5678	→ 3	7821	→ ?

10. Posant símbols matemàtics (però sense afegir cap nombre), aconseguix que es compleixin les igualtats següents:

0	0	0	= 6	5	5	5	= 6
1	1	1	= 6	6	6	6	= 6
2	2	2	= 6	7	7	7	= 6
3	3	3	= 6	8	8	8	= 6
4	4	4	= 6	9	9	9	= 6



# 6

## *Resultats dels problemes*

### *6.1 Càlcul algebraic*

1. (a)  $38/21$   
(b)  $31/14$   
(c)  $209/120$   
(d)  $6/7$   
(e)  $3$
2. (a)  $4^{10}$   
(b)  $5^5$   
(c)  $x^{11}$   
(d)  $4^3$   
(e)  $x^4$   
(f)  $3^8$   
(g)  $x^{14}$   
(h)  $9x^2$   
(i)  $625x^8$
3. (a)  $\frac{1}{3^4}$   
(b)  $\frac{1}{5^3}$   
(c)  $\frac{1}{10^6}$

4. (a)  $x^{-1}$ . (b)  $x^8$ . (c)  $x^{12}$ . (d)  $x$ .

5. (a)  $x^2 - y^2$ .

(b)  $a^4 - 2a^2b^2 + b^4$ .

(c)  $4x^2 - 8xy + 4y^2$ .

(d)  $x^2 + 6xy + 9y^2$ .

(e)  $4x^2 - 16$ .

(f)  $\frac{1}{4}x^2 + 2x + 4$ .

(g)  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ .

(h)  $\sum x^2 + 2xy + y^2 + z^2 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 2x^2z + 4xy^3 + 4xyz + 2y^2z + y^4 + z^2$ .

6. (a)  $3xy(x^2y^2 - xy + 4)$ .

(b)  $(c+d)(c-d)(y+z)^2$ .

(c)  $(a+b)(x+1)(x-1)$ .

(d)  $(a-c)(b^2-d)$ .

(e)  $(a-b)(a+b+c)$ .

7. (a)  $\frac{1}{a+b}$ .

(b)  $\frac{1}{a}$ .

(c)  $\frac{1}{3y-1}$ .

(d)  $\frac{1}{a-2}$ .

8. (a)  $\frac{x-2}{2x^2} = \frac{1}{2x} - \frac{1}{x^2}$ .

(b)  $\frac{a}{2n} = 1 + \frac{1}{a}$ .

(c)  $\frac{1}{n^2-1}$ .

(d)  $\frac{1}{a^2-b^2}$ .

(e)  $\frac{a^2+a+2}{a} = a + \frac{2}{a}$ .

(f)  $\frac{5b^2}{3ac}$ .

(g)  $\frac{b+c}{b-1}$ .

(h) 4.

9. (a)  $234^1$ .

- (b)  $4^{\frac{2}{3}}$   
 (c)  $3^{\frac{4}{5}}$   
 (d)  $5^{\frac{7}{4}}$
- 10.**  $\sqrt{49} = \pm 7$ , certa, ja que  $(\pm 7)^2 = 49$ ;  
 $\sqrt[4]{16} = \pm 2$ , certa, ja que  $(\pm 2)^4 = 16$ ;  
 $\sqrt[3]{-27} = 3$ , falsa; la correcta és  $\sqrt[3]{-27} = -3$ ;  
 $\sqrt[3]{125} = \pm 5$ , falsa; la correcta és  $\sqrt[3]{125} = 5$ ;  
 $\sqrt{-25} = -5$ , falsa; no hi cap número real tal que el seu quadrat sigui  $-25$ ; en particular,  $(-5)^2 = 25$ ;  
 $\sqrt[5]{-25} = -2$ , certa, ja que  $(-2)^5 = -2^5$ .
- 11.** (a)  $41 - \sqrt[6]{71} - 3$ .  
 (b)  $42 - \sqrt[10]{174}$ .  
 (c)  $114 + 24 - \sqrt[10]{10}$ .  
 (d)  $32 + \sqrt[15]{15}$ .  
 (e) 2.
- 12.** (a)  $21 + 8\sqrt[5]{5}$ .  
 (b)  $5 + 2\sqrt[6]{6}$ .  
 (c)  $\frac{1}{6}$ .
- 13.** (a) 3.  
 (b) 4.  
 (c)  $\frac{4}{5}$ .  
 (d) -5.  
 (e) -4.
- 14.** (a)  $x = 2$ .  
 (b)  $x = -1/2$ .  
 (c)  $x = 1/\sqrt[5]{5}$ .  
 (d)  $x = 25$ .
- 15.**  $11x^3 - 4x \cdot 4x^6 + 14x^5 - 19x^4 + 13x^3 - 27x^2 + 17x - 10$
- 16.** (a)  $-20x^5 + 2x^4 + 69x^3 - 7x^2 - 49x$ .  
 (b)  $\frac{15}{8}x^6 + \frac{3}{4}x^5 - 6x^4 - \frac{3}{4}x^3 + \frac{19}{6}x^2 - 2x$ .  
 (c)  $18x^7 - 6x^6 - 37x^5 + 15x^4 - 20x^3$ .  
 (d)  $16x^4 + 8x^3y - 2xy^3 - y^4$ .  
 (e)  $20x^4 - \frac{61}{4}x^2 + \frac{9}{4}$

17. (a)  $x + 3$ . (exacta)  
 (b)  $3a^2 - 2a + 3$ . (exacta)  
 (c)  $4x^2 - 10x + 52$ , R:  $-241x + 165$ .  
 (d)  $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ . (exacta)  
 (e)  $x^6 + x^5 - x^4 - x^3 + x^2 + x - 1$ . (exacta)  
 (f)  $x^3 + 3x^2 + 3x + 4$ . R: 14.  
 (g)  $x^2 - x + 4$ . R: -10.
18. (a)  $x^2 - 13x + 36 = (x - 4)(x - 9)$ .  
 (b)  $2x^2 - 5x - 7 = (x + 1)(2x - 7)$ .  
 (c)  $9 - 4x^2 = (3 - 2x)(3 + 2x)$ .
19. (a) -2, 2, 3 i 5. Descomposició:  $(x + 2)(x - 2)(x - 3)(x - 5)$ .  
 (b) -5, -2 i 6. Descomposició:  $(x + 5)(x + 2)(x - 6)$ .  
 (c) -3 dues vegades i -2. Descomposició:  $(x + 3)^2(x + 2)$ .  
 (d) 1, 3 i dos nombres complexos no reals. Descomposició:  $(x - 1)(x - 3)(x^2 + 1)$ .  
 (e) -4, -2, 2 i 4. Descomposició:  $(x + 4)(x + 2)(x - 2)(x - 4)$ .
20. (a)  $\frac{1}{x + 1}$   
 (b)  $\frac{x - 1}{x}$   
 (c)  $\frac{x}{x + 1}$   
 (d)  $\frac{1}{2}$   
 (e)  $\frac{x^2 - x + 3}{3x^2 + 3x - 2}$   
 (f)  $\frac{x - 3}{x - 2}$   
 (g)  $\frac{3x + 4}{2x + 3}$
21. (a)  $\frac{x^2 + 2x + 7}{x^2 - 1}$   
 (b)  $\frac{x + 2}{x - 3}$   
 (c)  $\frac{-2}{x - 1}$   
 (d)  $\frac{x^3 + x^2 + 4x - 1}{x^2 + x - 2}$

## 6.2 Equacions i inequacions

1. (a)  $x = 13$ .  
 (b)  $t = 4$ .  
 (c)  $x = 8$ .  
 (d)  $x = 2$ .  
 (e)  $y = 60$ .  
 (f)  $x = 104$ .  
 (g)  $x = 10$ .  
 (h)  $x = 2$ .
2. (a)  $x = 10$ .  
 (b)  $x = -2$ .  
 (c)  $x = 5$ .  
 (d)  $x = 30$ .  
 (e)  $x = 3$ .
3. (a)  $x = 6, x = 2$ .  
 (b)  $x = 7, x = 11$ .  
 (c)  $x = -7, x = 7$ .  
 (d)  $x = -1$ .  
 (e)  $x = 0, x = -4$ .  
 (f) No té solució.  
 (g)  $x = 1, x = 6$ .  
 (h)  $x = 2, x = -10$ .  
 (i)  $x = 5, x = -9$ .  
 (j)  $x = 15, x = \frac{17}{3}$ .
4. (a)  $x = \frac{2}{7} \text{ i } x = -2$ .  
 (b)  $x = \frac{1}{4}, x = 4, x = 1, x = 3 \text{ i } x = \frac{1}{2}$ .  
 (c)  $x = 1, x = 2, x = -\frac{1}{2} \text{ i } x = -2$ .  
 (d)  $x = 0, x = \frac{1}{2}, x = -2, x = \frac{-1 + \sqrt{7}}{3} \text{ i } x = \frac{-1 - \sqrt{7}}{3}$ .  
 (e)  $x = 4, x = -4, x = 5 \text{ i } x = -5$ .
5. (a)  $x = 2$ .  
 (b)  $x = 5$ .
6. (a)  $x = 9/2$ .

(b)  $x = 2$ .

(c)  $x = 20$  i  $x = 80$ .

(d)  $x = 1/9$ .

7.  $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ .

8.  $x = -\frac{7}{2}$  i  $y = \frac{17}{2}$ .

9. Un ase porta 5 sacs i l'altre 7.

10. (a)  $x = 25$ ,  $y = 12$ .

(b)  $x = 2$ ,  $y = 1$ .

(c)  $x = 18$ ,  $y = 1$ .

(d)  $x = \frac{11}{5}$ ,  $y = \frac{2}{5}$ .

(e)  $x = 4$ ,  $y = 6$ .

11. (a)  $x < 1$ .

(b)  $x > 3$ .

(c)  $x \leq -\frac{27}{32}$ .

(d)  $-\frac{19}{10} \leq x < -\frac{1}{10}$ .

(e)  $x < -1$  ó  $x > 3$ .

(f)  $-\frac{1}{5} \leq x \leq 4$ .

(g)  $x < \frac{1}{3}$  ó  $x > 1$ .

(h)  $x \leq -1$  ó  $0 \leq x \leq 5$ .

(i)  $-\sqrt{5} < x < -2$  ó  $x > \sqrt{5}$ .

(j)  $x \leq -1$  ó  $x \geq 1$ .

(k)  $\frac{7}{6} \leq x \leq \frac{5}{3}$ .

### 6.3 Funcions

1. (a) 4; 9.

(b) 2; 6.

(c)  $\frac{4}{3}$ ; no existeix.

(d) No existeix; 4.

(e) 1, 59; 2.

(f) 0; -3.

(g) 0; no existeix.

(h) 4, 24; 4.

(i) 0, 6; 0, 6.

(j) 0;  $-0,4303$ .

2. (a) Tots els nombres.

(b) Tots els nombres.

(c) Tots els nombres reals menys el 3.

(d) Tots els nombres reals menys el 2 i el  $-2$

(e)  $[-2, +\infty)$

(f)  $(-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$

(g) Tots els nombres.

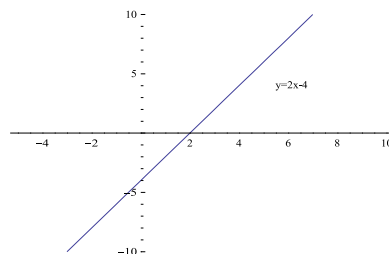
(h)  $[-\frac{3}{2}, +\infty) \setminus \{5\}$

(i)  $(-\frac{5}{8}, +\infty)$

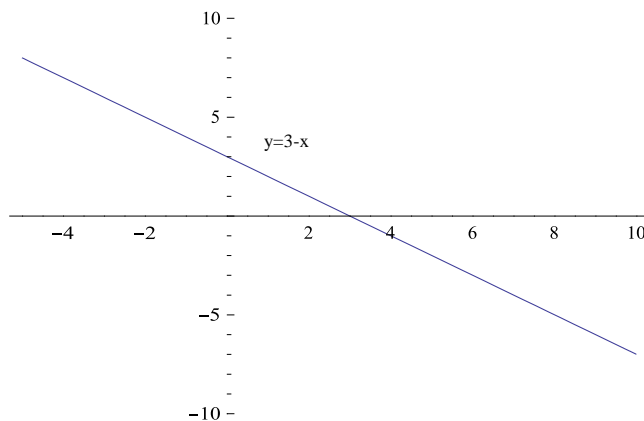
(j)  $(-\infty, -2] \cup (1, +\infty)$

(k) Tots els nombres.

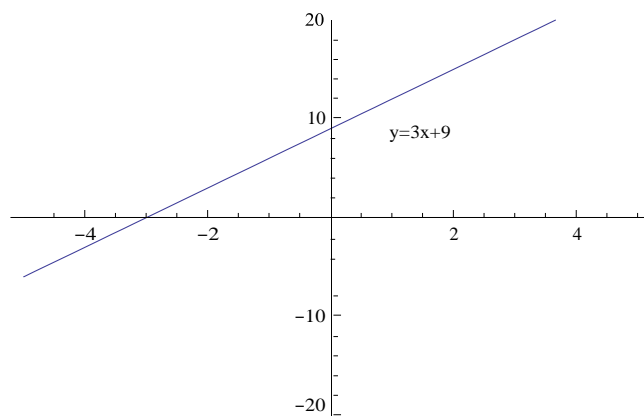
3. (a) La gràfica és una recta:



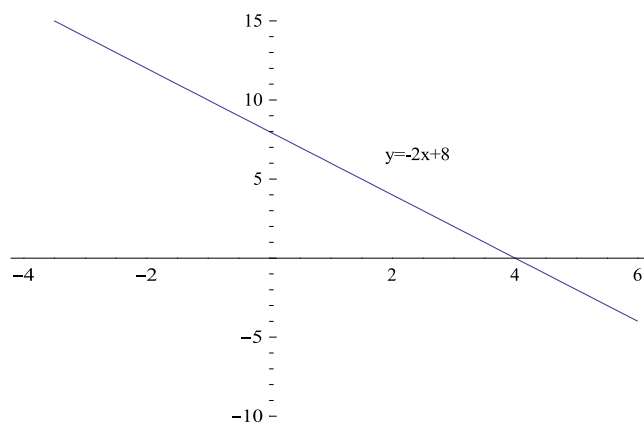
(b) La gràfica és una recta:



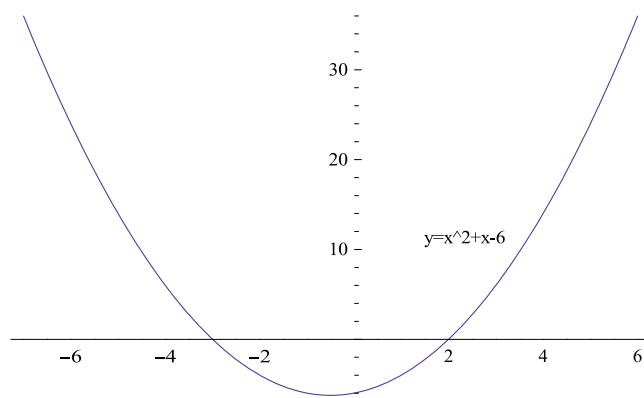
(c) La gràfica és una recta:



(d) La gràfica és una recta:

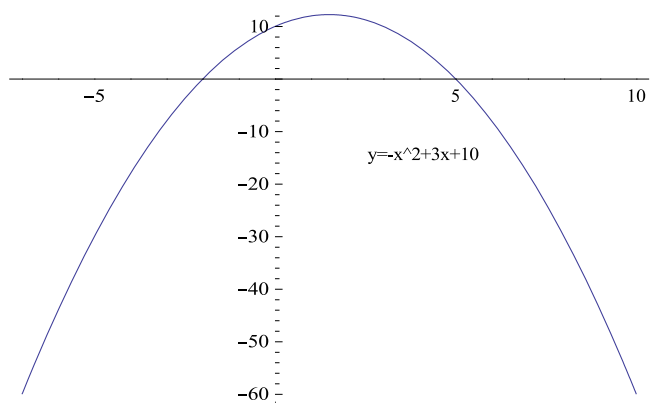


4. (a) La gràfica és una paràbola:

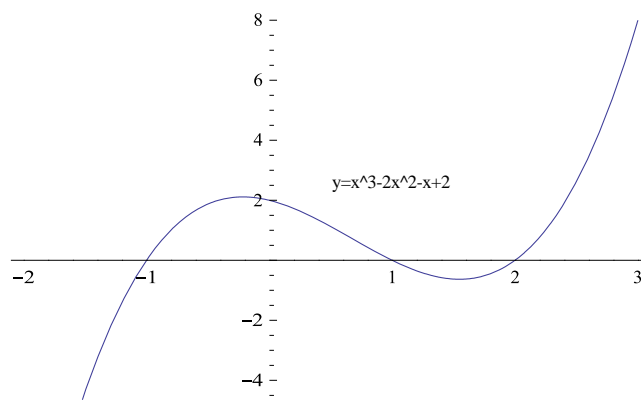




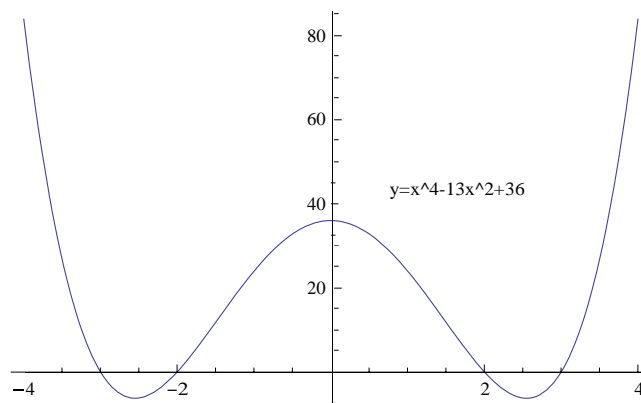
(b) La gràfica és una paràbola:



5. La gràfica és



6. La gràfica és



7.

(1)  $f'(x) = 0$

(3)  $f'(x) = 2x - 5$

(5)  $f'(x) = 3e^x + 2$

(7)  $f'(x) = 0$

(9)  $f'(x) = \frac{\sqrt{x}}{3x^2}$

(11)  $f'(x) = 6(2x + 1)^2$

(13)  $f'(x) = 12(3x + 6)^3$

(15)  $f'(x) = \frac{8x - 7}{2\sqrt{4x^2 - 7x + 2}}$

(17)  $f'(x) = \frac{1}{x + 3}$

(19)  $f'(x) = \frac{3x^2 + 3x}{2x^3 + 3x^2 - 1}$

(21)  $f'(x) = 2e^{2x+5}$

(23)  $f'(x) = -12xe^{1-x^2}$

(25)  $f'(x) = 80x^2 - 102x - 21(3 + 2x)^7$

(27)  $f'(x) = \frac{-2x}{(x^2 + 3)^2}$

(29)  $f'(x) = \frac{-\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}{2\sqrt{x}} = -\frac{2(\sqrt{x})^3 + 1}{2(x+1)}$

(31)  $f'(x) = \frac{3}{t} - \frac{2e^t \sqrt{t+1}}{2e^t t + 2t}$

(33)  $f'(x) = -\frac{1}{2}(x-1) \frac{1+x}{(x^2-x+1)(x^2+x+1)}$

(2)  $f'(x) = 4$

(4)  $f'(x) = 8x - 7$

(6)  $f'(x) = \frac{1}{x} - 3$

(8)  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 6x$

(10)  $f'(x) = 2x - \frac{1}{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

(12)  $f'(x) = 100(4x^2 - 3x + 2)^{99}(8x - 3)$

(14)  $f'(x) = -56x(1 - 4x^2)^6$

(16)  $f'(x) = \frac{8x^3 + 5}{3\sqrt[3]{(2x^4 + 5x - 6)}}$

(18)  $f'(x) = \frac{-3}{4-x} \cdot 2$

(20)  $f'(x) = 6x^2 - \frac{2}{3x}$

(22)  $f'(x) = 4(2x - 3)e^{x-3x+1}$

(24)  $f'(x) = 4e^{4x+2} - \frac{6x}{3x^2 + 1}$

(26)  $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

(28)  $f'(x) = -\frac{x^2}{(2x^2 + 1)(x^2 + 3)^2}$

(30)  $f'(x) = x^2 e^{2x}(3 + 2x)$

(32)  $f'(x) = -\frac{1}{x} + \frac{2}{1 - \ln^2 x}$

8. Indicació: deriveu i substituiu.

9. (a)  $f'(x) = -3; f'(0) = -3.$

(b)  $f'(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2+16} + \frac{1}{x}(1+x); f'(0) = 1.$

(c)  $f'(x) = \frac{1}{x}. \text{ No existeix } f'(0).$

10.

(1)  $y' = 4(ax^2 - bx + c)^3(2ax - b); y'' = (ax^2 - bx + c)^2(56a^2x^2 - 56abx + 8ac + 12b^2)$

(2)  $y' = -e^{1-4x}(4x^3 - 3x^2); y'' = 2e^{1-4x}(8x^3 - 12x^2 + 3x)$

(3)  $y' = -\frac{16x}{(x^2-5)^2}; y'' = \frac{16(3x^2+5)}{(x^2-5)^3}$

(4)  $y' = -\frac{4x+1}{(x-1)^6}; y'' = 10\frac{2x+1}{(x-1)^7}$

- (5)  $y' = -10(a-2x)^4$ ;  $y'' = 80(a-2x)^3$   
 (6)  $y' = (2x+3)e^{x+3x-2}$ ;  $y'' = e^{x+3x-2}(4x^2+12x+11)$   
 (7)  $y' = e^x x^{n-1}(x+n)$ ;  $y'' = e^x x^{n-2}(x^2+2nx+n(n-1))$   
 (8)  $y' = \frac{e^{-4x}(4x+4xe^{8x}-e^{8x}+1)}{x^2}$ ;  $y'' = \frac{2e^{-4x}(e^{8x}x^2-8x^2-xe^{8x}-4x+e^{8x}-1)}{x^3}$   
 (9)  $y' = 0$ ;  $y'' = 0$

11. 7!.

12.  $5 \cdot 80!$ .

13. (a)  $y = \frac{3}{8}x^8$   
 (b)  $y = -\frac{1}{3}e^{-3x}$   
 (c)  $y = 3 \ln x - \frac{x^3}{3}$   
 (d)  $y = 4 \ln(x+3)$

14. A totes les solucions cal afegir-hi la constant d'integració.

- (1)  $\frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{x^3}}$       (2)  $-\frac{1}{x}$       (3)  $\frac{1}{2}e^{2x}$   
 (4)  $\frac{1}{16}(x+1)^{16}$       (5)  $-\frac{1}{3} \sqrt{\frac{1}{(1-x^2)^3}}$       (6)  $8 \ln x^2 + 9 \sqrt{x}$   
 (7)  $-\frac{1}{5}e^{-5x}$       (8)  $\frac{-1}{12e^{12x+1}}$       (9)  $-e^x$

### 6.4 Consolidació general

1. (a)  $16x^2$ .  
 (b)  $32x^{10}$ .  
 (c)  $x^{12}$ .  
 (d)  $5x^2$ .  
 (e)  $9x^2 + 6 + \frac{1}{x^2}$ .  
 (f)  $x^8 - 4x^3 + \frac{4}{x^2}$ .
2. (a)  $6 + 4x - 7x^2 + 11x^3$ .  
 (b)  $31 + 59x - 40x^2 + 7x^3$ .  
 (c)  $8 + 16x - 4x^2 + x^3 + 3x^4$ .  
 (d) Quocient:  $3x^3 - 11x + 28$ . Residu:  $-52$ .
3. (a) 8.58.  
 (b) 20.

(c)  $x^2 + 2x - 11$  (el residu és 19).

4.  $m = -12$ .

5. (a) Arrels: 1,  $-2$  i  $-3$ . Factorització:  $(x-1)(x+2)(x+3)$   
 (b) Arrels: 2, 1,  $-1$  i  $-2$ . Factorització:  $(-2+x)(-1+x)(1+x)(2+x)$   
 (c) Arrels: 0 i 3. Factorització:  $(-3+x)^2 x^2$ .  
 (d) Arrels: 1 i  $-1$ . Factorització:  $(1+x)(1+x) = 1 + x^2 + x^4$ .  
 (e) Arrels: 0 i  $-1$ . Factorització:  $x(1+x) = -9 - x + x^2$ .

6. (a)  $x = 34$ .  
 (b)  $x = \frac{\sum}{a}$ .  
 (c)  $x = \frac{a+2c}{-1+q}$ .  
 (d)  $x = \frac{99}{13}$ .

7. Té 22 anys.

8. (a)  $x = 10$ .  
 (b)  $x = 3$ .  
 (c)  $x = 5$ .

9. (a)  $x = 0$ ,  $x = -4$ .  
 (b)  $x = 4$ ,  $x = -4$ .  
 (c)  $x = 1$ ,  $x = 6$ .

10. (a)  $x = 25$ ,  $y = 12$ .  
 (b)  $x = 2$ ,  $y = 1$ .  
 (c)  $x = 18$ ,  $y = 1$ .  
 (d)  $x = \frac{11}{5}$ ,  $y = \frac{2}{5}$ .  
 (e)  $\mu = 8$ ,  $\sigma = 2$ .  
 (f) No té solució.

11. (a)  $x = 10$ .  
 (b)  $x = -11.0542$ .  
 (c)  $x = 5.2854$ .  
 (d)  $x = 1$ .

12. (a)  $f'(x) = 2$ .  $f'(0) = 2$ .  
 (b)  $f'(x) = 12x^2 - 2$ .  $f'(0) = -2$ .  
 (c)  $f'(x) = \frac{-5}{(x-3)^2}$ .  $f'(0) = -5/9$ .  
 (d)  $f'(x) = \frac{-4-12x-x^2}{(-4+x^2)^2}$ .  $f'(0) = -1/4$ .

$$(e) f'(x) = \frac{\sqrt{1}}{2\sqrt{2+x}} \cdot f'(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

$$(f) f'(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2-9}. \text{ El } 0 \text{ no és del domini i, per tant, no té sentit calcular } f'(0).$$

$$(g) f'(x) = \frac{4}{3^3(4x+1)^2} \cdot f'(0) = 4/3.$$

$$(h) f'(x) = \frac{-8\sqrt{x}}{(-5+x)^2(3+2x)} \cdot f'(0) = -\frac{8\sqrt{3}}{25 \cdot 3}.$$

$$(i) f'(x) = \frac{3}{3x+5} \cdot f'(0) = 3/5.$$

13. (a)  $f'(x) = 3(3+8x) \cdot 3x+4x^2 \Sigma_2.$

(b)  $f'(x) = -48x \cdot 2 - 6x^2 \Sigma_3.$

(c)  $f'(x) = \frac{2\sqrt{1+\frac{6}{2x}+3x^2}}{2x-3}.$

(d)  $f'(x) = \frac{6}{x^4}.$

(e)  $f'(x) = \frac{10x}{(4+x^2)^2}.$

(f)  $f'(x) = 2e^{-2+4x} x^2 (3+4x).$

(g)  $f'(x) = (5-3x)^2 \cdot 16+38x+15x^2 \Sigma.$

(h)  $f'(x) = \frac{2-x}{(2+x)^3}.$

(i)  $f'(x) = \frac{\sqrt{1-2x^2}}{1-x^2}.$

(j)  $f'(x) = \frac{-1}{2x \sqrt{x^2+1}}.$

(k)  $f'(x) = \frac{1}{2+3x^2}.$

(l)  $f'(x) = \frac{1}{(2x+x^3)^2}.$

### 6.5 Problemes curiosos

1. 3.

2. Les edats són 2, 2 i 9. El número de l'edifici és el 13.

3. S.

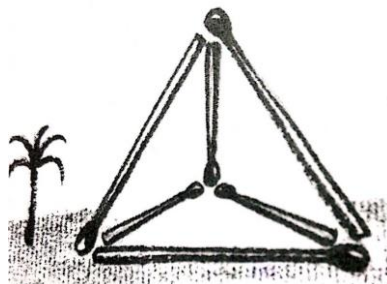
4. 200.

5. S.

6. Falten els símbols següents:



7. Als dos casos la resposta és afirmativa. Vegeu els dibuixos següents:



8.  $5 \cdot (5 - 1/5) = 24$ .